Лабораторная работа №1  
Основы компьютерной алгебры

Подтемы:

* Компьютерная обработка информации: модели, методы, средства.
* Структуры данных в компьютерной алгебре.
* Системы компьютерной алгебры: достижения и перспективы.

Задание 1.1

Средствами интернет найти найти материал по всем подтемам.

Составить опорный конспект, включающий в себя:

* Основные понятия и их определения
* Классификации методов, моделей, средств, структур данных и так далее.
* Основные этапы

и тд.

**Компьютерная алгебра** – это наука об эффективных алгоритмах вычислений математических объектов.

**Две основные проблемы Computer Science:**

* проблема точности представления континуальных множеств с помощью конечных образов.

**Решение проблемы (численный анализ)**: приближение бесконечного множества вещественных чисел с помощью конечного множества чисел с плавающей точкой.

**Решение проблемы (компьютерная алгебра):** представление числовой информации с помощью целых и рациональных чисел произвольной точности.

* проблема сложности реализации вычислительных алгоритмов при ограничениях на ресурсы.

**Решение проблемы (численный анализ):** переопределение математического понятия «сложность алгоритма» с помощью компьютерного понятия «сложность программы».

**Решение проблемы (компьютерная алгебра):** измерение сложности алгоритмов с помощью абстрактных унифицированных метрик.

**Классы задач обработки информации :**

* Алгоритмически неразрешимые
* Задачи, алгоритмическая неразрешимость которых не доказана
* Алгоритмически разрешимые

**Алгоритмически неразрешимые задачи компьютерной алгебры :**

* Проблема тождества для полугрупп;
* Неразрешимость системы диофантовых уравнений;
* Проблема сравнения значений функций;
* Проблема аналитической интегрируемости некоторых выражений;

и др. задачи.

**Алгоритмически разрешимые задачи :**

Известно, что алгоритмически неразрешимых (и приравненных к

ним) задач бесконечно больше, чем алгоритмически

разрешимых.

**Проблема алгоритмически разрешимых задач** –

трудоемкость алгоритмов их решения.

**Структуры данных:**

Структурой данных называется совокупность множеств {M1, M2, … MN} и совокупность отношений {P1, P2, … PR}, определённых над элементами этих множеств: S = {M1, M2, … MN ; P1, P2, … PR} Пример.

Структура массива определяется следующим образом:

M = {a1, a2, …aN},

P (ai, aj) = true, если j=i+1, = false - в противном случае.

( P () – функция следования )

Бинарное отношение, задающее массив – орграф. Структура данных линейна, если орграф не содержит циклов и может быть изображен в виде одной линии.

**Структура машинной памяти :**

Память вычислительной (алгоритмической) машины имеет линейную структуру. Обработка любого типа информации (имеющего структуру произвольной сложности) должна моделироваться на схеме массива – линейной структуре.

Линейная структура памяти – вектор памяти. Отношение «иметь имя» переопределяется с помощью отношения «иметь адрес». Адрес произвольного элемента массива вычисляется по формуле: ai = a0 + i \* b (a0 – база, адрес 1-го элемента массива; i – номер адресуемого элемента; b – число ячеек, занимаемых одним элементом массива).

**Операции над структурами данных :**

* Создание и уничтожение структуры данных;
* Поиск элемента данных в структуре;
* Обновление структуры данных: вставка нового и удаление старого элемента;
* Обход структуры данных с выполнением определённых, наперёд заданных действий.

**Базовые типы данных:**

* Числа (целые, рациональные, алгебраические, комплексные).
* Математические выражения (арифметика, функции, производные, интегралы, матрицы, уравнения).

**Базовые типы данных:**

* Числа (целые, рациональные, алгебраические, комплексные).
* Математические выражения (арифметика, функции, производные, интегралы, матрицы, уравнения).

**Типы целых чисел:**

* Короткие целые числа (целые числа одинарной точности).
* Длинные целые числа (целые числа кратной точности).

**Представление чисел произвольной точности:**

* МАССИВЫ (разрядность представления чисел – постоянная), (тип представления – не масштабируемое) (способ доступа к элементу – прямой (по индексу))
* ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ (разрядность представления чисел – переменная) (тип представления – масштабируемое) (способ доступа к элементу – последовательный (по указателям))
* СПИСКИ (разрядность представления чисел – переменная) (тип представления – масштабируемое) (способ доступа к элементу – последовательный (по указателям)) (способ изменения разрядности – встроенный)

**Системы компьютерной математики:**

* табличные процессоры: Microsoft Excel, GNU Calc и др.
* системы для статистических расчётов: SPSS, Statistica и др.
* системы компьютерной алгебры
* системы для моделирования, анализа и принятия решений (в том числе, интеллектуальные): GPSS, AnyLogic и др. (DSS, NLP и другие AI-системы)
* универсальные математические системы: Matlab, MathCAD и др.

**Классификационные признаки:**

* функциональное назначение
* тип архитектуры
* средства реализации
* области применения
* интегральные оценки качества

**СКА общего назначения:**

Решение задач для большинства основных разделов символьной математики.

Примеры: Maxima, Axiom, Maple, Mathematica, Sage, Yacas

**Специализированные СКА:**

Решение задач для одного или нескольких смежных разделов символьной математики.

Примеры: теория групп – GAP тензорная алгебра – Cadabra

**Классы СКА по областям применения:**

* Микрокалькуляторы (Hewlett-Packard, Texas Instruments, Casio, Citizen)
* Спецпроцессоры (БПФ процессоры для систем ЦОС)
* Мобильные устройства и web-сервисы (iPhone и Windows эмуляторы научных калькуляторов HP)
* Образовательные и научные исследования (пакеты СКА)

Типовая архитектура:

* **Ядро** содержит машинные коды реализаций операторов и встроенных функций СКА, обеспечивающих выполнение аналитических (символьных) преобразований математических выражений на основе системы определённых правил.
* **Библиотеки алгоритмов** содержат каталогизированные (по типам обрабатываемых абстрактных объектов – числа, функции, алгебры и т.п. и/или методам вычислений – аналитические, численные, смешанные) реализации алгоритмов решения типовых математических задач. Они функционально расширяют ядро СКА.
* **Пакеты расширения** обеспечивают различные формы адаптации СКА к классам математических задач, внешнему ПО (операционным системам, графическим пакетам и т.п.) и целям пользователей.
* **Пользовательские интерфейсы** обеспечивают поддержку всех функций, необходимых для информационных и управляющих взаимодействий между СКА и пользователями (людьми, программами, аппаратными средствами).
* **Справочная система** содержит описание функциональных возможностей и примеров работы в СКА, информационные сообщения о текущем состоянии системы, а также сведения о математических основах алгоритмов СКА.

**Библиотеки алгоритмов и пакеты расширения. Алгоритмы**

* Арифметика произвольной точности
* Упрощение выражений различной сложности
* Математический анализ (вычисление пределов, производных, интегралов)
* Поиск решений (корней) в математических структурах (уравнения и неравенства; диофантовы и дифференциальные уравнения; рекуррентные отношения)
* Линейная алгебра (операции над матрицами)
* Теория графов
* Теория чисел
* Булева алгебра
* Тензорная алгебра

**Библиотеки алгоритмов и пакеты расширения. Сервисы**

* Редактор математических формул
* Арифметика с плавающей точкой
* 2D- и 3D- графика (статичная и анимационная)
* Интерактивная справочная система
* Динамическая оптимизация вычислений (баланс интерпретации и компиляции)
* Генерация кодов на языках программирования
* Генерация документов для печатных изданий
* Сопряжение с внешней средой (периферийные устройства, файловый ввод / вывод данных, диспетчеризация виртуальной памяти, прикладные программные оболочки)

**Перспективные направления развития:**

* Расширение состава встроенных и программируемых типов математических объектов;
* Интеграция СКА с другими компьютерными системами;
* Унификация и объектная ориентация интерфейса пользователя;
* Программирование символьных вычислений произвольной сложности;
* Ускорение работы СКА.

[Источник](http://kspt.icc.spbstu.ru/course/comp-algebra)

[Источник 1](https://lib.susu.ru/ftd?base=SUSU_METHOD&key=000529228&dtype=F&etype=.pdf)

[Источник 2](http://www.itlab.unn.ru/Uploads/coaChapter04.pdf)